

Prova Especial de Avaliação de Conhecimentos

Prova de Matemática

setembro 2023

17 Páginas

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

Professor Vigilante

Nome: _____

Classificação _____ **Professor Classificador** _____

Instruções Gerais

- A prova está cotada para um total de 200 (duzentos) pontos.
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
- Não é permitido o uso de lápis.
- Não é permitido o uso de calculadora gráfica.
- A prova inclui um formulário.
- Para cada resposta, identifique o grupo e o item.
- Apresente as suas respostas de forma legível.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Formulário

Álgebra

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Áreas

Triângulo	$A = \frac{base \times altura}{2}$
Paralelogramo	$A = base \times altura$
Círculo	$A = \pi r^2$

Volumes

Cilindro	$V = \text{área da base} \times \text{altura}$
Esfera	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

Trigonometria

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$$

$$\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\text{cos}(x)}$$

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. A seguinte tabela representa a distribuição de idades dos alunos de uma turma.

Idades	13	14	15	16
Nº de alunos	8	6	a	7

Sabendo que a média das idades é exatamente 14.4, quantos alunos têm 15 anos?

- (A) 6 (B) 8 (C) 4 (D) 5

2. Qual dos seguintes conjuntos representa o conjunto solução da inequação

$$4 + \frac{1-x}{2} > 4x$$

- (A) $[2, 3[$; (B) $]1, +\infty[$; (C) $\{\}$; (D) $] - \infty, 1[$.

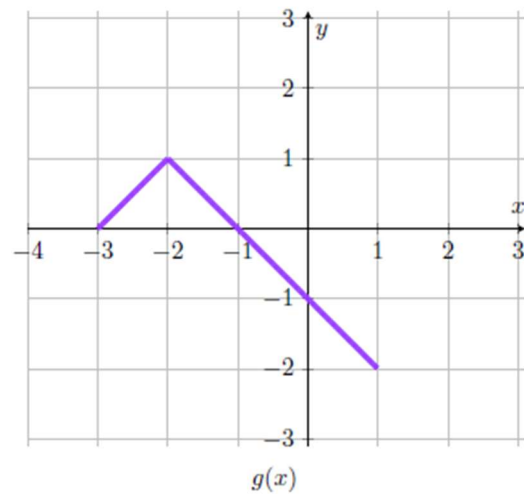
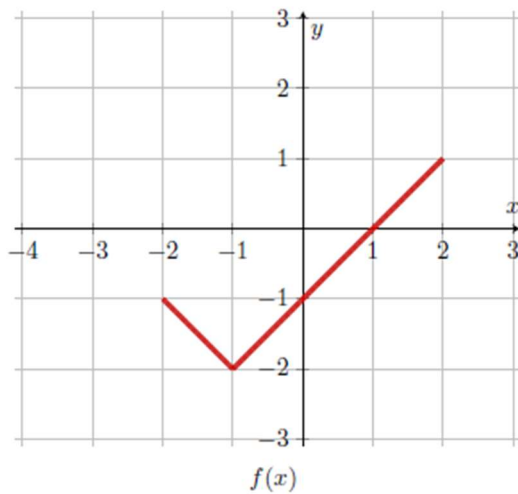
3. Sabendo que x é um ângulo agudo e que $\sin(x) = \frac{12}{13}$, o valor exato de $\operatorname{tg}(x)$

é:

- (A) $-\frac{12}{5}$; (B) $\frac{5}{13}$; (C) $-\frac{5}{12}$; (D) $\frac{12}{5}$.

Página em branco

4. Na figura encontram-se representadas duas funções. À esquerda a função $f(x)$ e à direita a função $g(x)$.



Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

(A) $g(x) = -f(x + 1) - 1$;

(B) $g(x) = f(x - 1) + 1$;

(C) $g(x) = f(x + 1) - 1$;

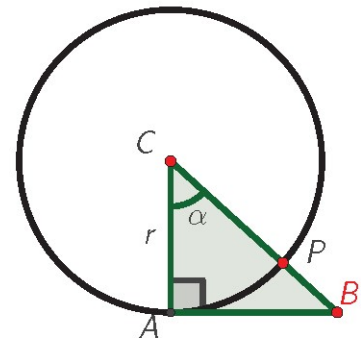
(D) $g(x) = -f(x - 1) - 1$.

5. Na figura está representada uma circunferência de centro C raio r .

O ponto P desloca-se sobre a circunferência de tal modo que a reta AB e sempre tangente à circunferência no ponto A .

Sabe-se, ainda, que α é a amplitude do ângulo ACB e $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.

A área do triângulo retângulo $[ABC]$ é dada, em função de r e de α , por:



(A) $\frac{r^2 \operatorname{tg}(\alpha)}{2}$;

(B) $r^2 \cos(\alpha)$;

(C) $r^2 \operatorname{tg}(\alpha)$;

(D) $\frac{r^2 \operatorname{sen}(\alpha)}{2}$.

Página em branco

Grupo II

Na resposta aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere o seguinte polinómio:

$$p(x) = (5 - 3x)^2 - (x + 3)^2$$

- a) Obtenha uma fatorização do polinómio.
- b) Resolva a equação $p(x) = 0$.

2. Considere as funções reais de variável real

$$f(x) = \frac{4^{2x+1} \cdot 8^{2x+1}}{2^{2x+1}} \quad e \quad g(x) = \frac{16^{2x+1} \cdot 16^{4x-1}}{16^{3x-2}}.$$

Determine o valor real de x de modo que $f(x) = g(x)$.

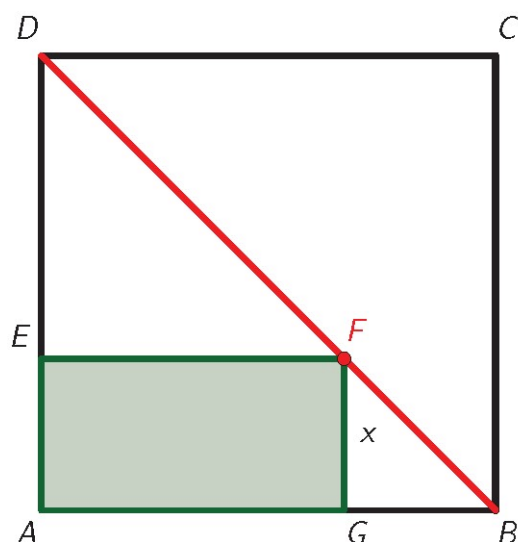
3. Na figura ao lado está representado um quadrado $[ABCD]$ com 10 cm de lado.

O ponto F move-se ao longo da diagonal $[DB]$.

O ponto E pertence ao lado $[AD]$ do quadrado.

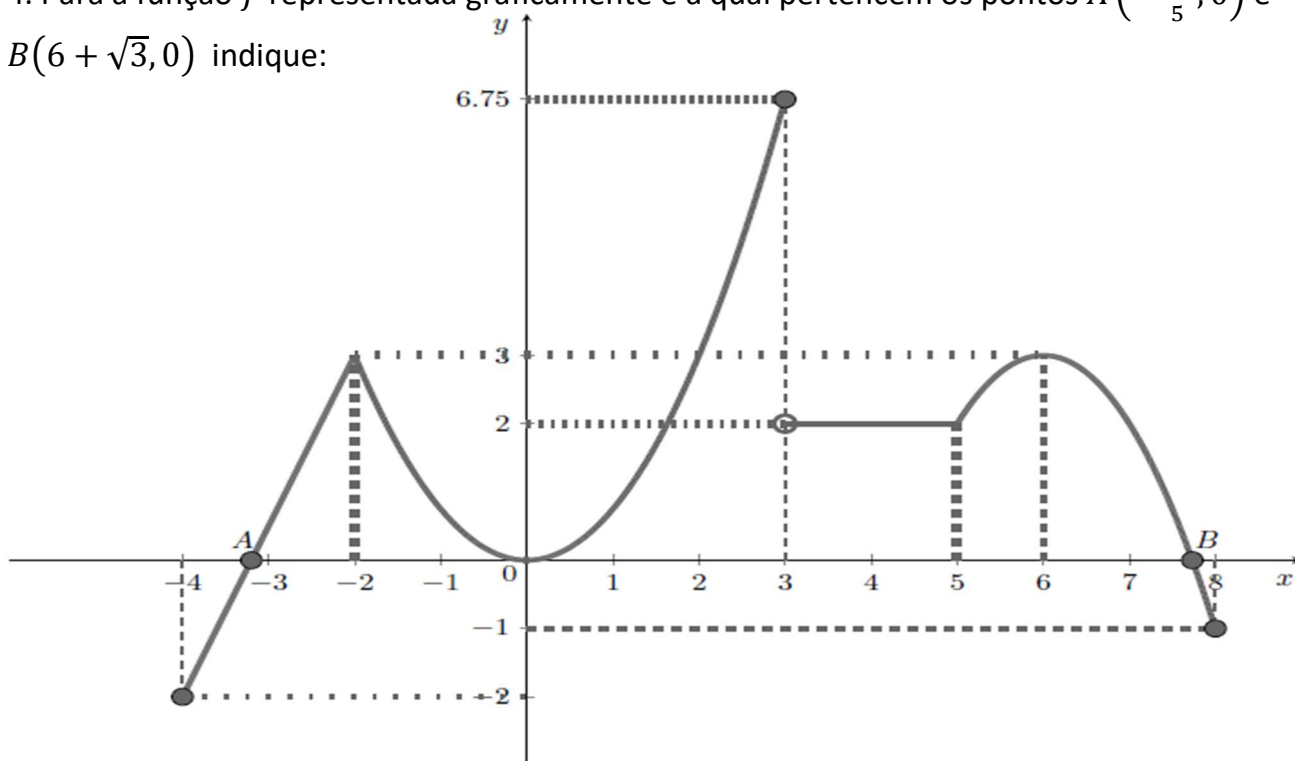
Admita que $\overline{FG} = x$ cm.

- a) Mostre que a área do retângulo $[AGFE]$ é dada por $A(x) = 10x - x^2$.
- b) Determine x , em centímetros, de modo que a área do retângulo $[AGFE]$ seja:
 - i) Máxima;
 - ii) Superior a 21 cm^2 .





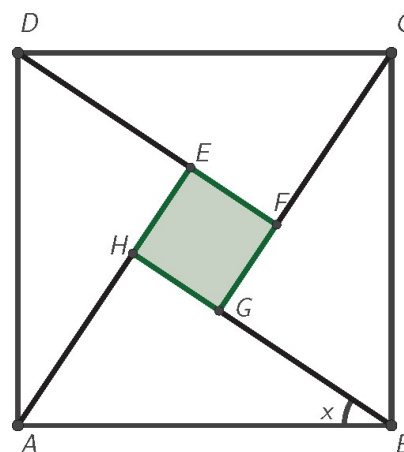
4. Para a função f representada graficamente e à qual pertencem os pontos $A\left(-\frac{16}{5}, 0\right)$ e $B(6 + \sqrt{3}, 0)$ indique:



- O domínio e o contradomínio;
- Os zeros e os intervalos onde é positiva e negativa;
- Os extremos e os intervalos de monotonia.

5. Na figura tem-se:

- $[ABCD]$ é um quadrado de lado 1;
- $[AHB]$, $[BGC]$, $[CFD]$ e $[DEA]$ são triângulos retângulos iguais;
- x designa a medida da amplitude do ângulo HBA.



- Mostre que a área da superfície sombreada é dada, em função de x , por

$$f(x) = 1 - 2 \sin(x) \cos(x), \quad x \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right].$$

- Calcule $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e interprete geometricamente o valor obtido.

Na sua interpretação deve incluir a figura obtida quando $x = \frac{\pi}{4}$.



6. Numa loja, a dona recebe um salário de 3500 € e o marido um salário de 2500 €. Trabalham, além do casal, mais cinco empregados, recebendo um 800 € e os quatro restantes 600 € por mês.

a) Indique a moda, a média e a mediana do conjunto dos salários.

b) Se os empregados pedissem à proprietária uma revisão salarial, quais das medidas anteriormente calculadas utilizariam para a defesa da sua posição?

7. Considere a função afim $f(x) = \frac{1}{5}x + \frac{2}{3}$.

a) Copie e complete a tabela seguinte.

x		0	$\frac{1}{3}$		2
$f(x)$	0			1	

b) Escreva uma expressão analítica da função afim g , sabendo que o seu gráfico é perpendicular ao gráfico de f e que passa no ponto de coordenadas $(1, 0)$.

8. O Vitor fez acionar o alarme ao passar na porta de segurança de um aeroporto. Ele levava um porta-moedas com 14 moedas, umas de 20 cêntimos e outras de 50 cêntimos, num total de 4 euros. Quantas moedas tinha de cada tipo?

9. Determine o volume de uma piscina circular com 4 m de diâmetro e 160 cm de altura, sabendo que no seu interior existe um obstáculo de cimento com a forma de uma esfera de raio 60 cm. Apresente o resultado aproximado, com 2 casas decimais de precisão.

FIM



COTAÇÕES

Grupo I

1 a 5(5 × 8 pontos).....40 pontos

Grupo II

1.

1 a)05 pontos

1 b)10 pontos

2.10 pontos

3.

3 a)10 pontos

3 b i)10 pontos

3 b ii)10 pontos

4.

4 a)05 pontos

4 b)10 pontos

4 c)10 pontos

5.

5 a)15 pontos

5 b)10 pontos

6.

6 a)10 pontos

6 b)05 pontos

7.

7 a)05 pontos

7 b)05 pontos

8.20 pontos

9.10 pontos

Total200 pontos