



UAlg

UNIVERSIDADE DO ALGARVE

**PROVA DE INGRESSO PARA AVALIAÇÃO DE CAPACIDADE PARA FREQUÊNCIA DO ENSINO
SUPERIOR DOS MAIORES DE 23 ANOS**

Instituto Superior de Engenharia (ISE)

Escola Superior de Gestão, Hotelaria e Turismo (ESGHT)

Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT)

Faculdade de Economia (FE)

2024/2025

Componente Específica de Matemática para o Ingresso nos cursos de Licenciatura em Engenharia Civil (ISE), Engenharia Eletrotécnica e de Computadores (ISE), Engenharia Mecânica (ISE), Engenharia de Sistemas e Tecnologias Informáticas (ISE), Engenharia Informática (FCT), Bioengenharia (FCT), Gestão Marinha e Costeira (FCT), Economia (FE) e Gestão de Empresas (FE), e nos cursos de TeSP em Gastronomia e Inovação Alimentar (ISE/ESGHT), Segurança e Higiene Alimentar (ISE), Instalações Elétricas Domóticas e Automação (ISE), Sistemas e Tecnologias de Informação (ISE/ESGHT), Tecnologia e Manutenção Automóvel (ISE), Construção Civil (ISE), Proteção Civil (ISE) e Desenho e Modelação Digital (ISE).

A Prova é composta por 3 Partes obrigatórias (A, B e C)	
Parte A - Números e operações (todos os candidatos)	
Parte B - Funções (todos os candidatos)	
(ISE, FCT) Parte C - Trigonometria	(FE) Parte C - Trigonometria ou Parte C - Estatística Descritiva e Probabilidades

INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- Os candidatos aos cursos de Economia e de Gestão de Empresas podem escolher entre a Parte C-Trigonometria e Parte C-Estatística Descritiva e Probabilidades; devem responder apenas a uma delas. Se apresentar respostas a ambas será considerada apenas a resposta à Parte C-Trigonometria, independentemente das cotações parciais.
- Os outros candidatos devem responder à Parte C-Trigonometria.
- É permitido o uso de calculadora gráfica em modo exame, não sendo permitido o uso de qualquer outro tipo de equipamento eletrónico ou informático.
- A cotação de cada pergunta encontra-se no início desta entre parenteses.
- O formulário encontra-se na última página deste enunciado.
- O exame consta de perguntas abertas e de escolha múltipla que deverão ser todas respondidas na folha de respostas.
- Nas perguntas abertas devem ser apresentados todos os cálculos efetuados.
- Nas perguntas de escolha múltipla deve transcrever-se para a folha de respostas apenas uma das opções A, B, C, D, E, ou F. Nas perguntas de escolha múltipla, cada resposta errada desconta 25% do valor da pergunta conforme o caso.
- Nas perguntas abertas não há descontos.

Parte A - Números e operações (6 valores)

1.(1) Considere a igualdade

$$\left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 = a + bx + \frac{x^2}{4}.$$

A igualdade é verdadeira para qualquer valor de x , quando os valores de a e b são:

(A) $a = 2$ e $b = \sqrt{2}$

(B) $a = -2$ e $b = -\sqrt{2}$

(C) $a = -2$ e $b = \sqrt{2}$

(D) $a = 2$ e $b = -\sqrt{2}$

2. Considere o intervalo $\left]-\sqrt{5}, -\frac{\pi}{2}\right]$.

2.1.(0,5) Indique um número inteiro pertencente a este intervalo.

2.2.(0,5) Indique um número irracional que pertença ao intervalo dado.

3.(2) Considere os números complexos $z = 1 + 2i$ e $w = (a - 2) + 2bi^3$, onde a e b são dois números reais. Os valores de a e b para os quais $z = \bar{w}$, são:

(A) $a = 3$ e $b = -1$

(B) $a = 3$ e $b = 1$

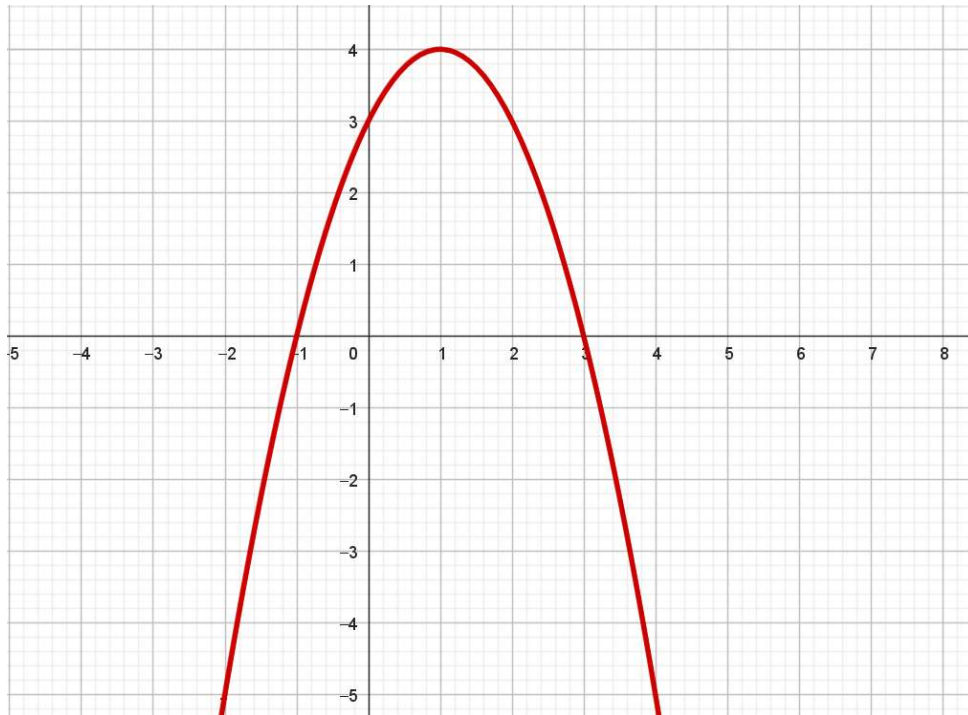
(C) $a = -3$ e $b = -1$

(D) $a = -3$ e $b = 1$

4.(2) Determine, em $\mathbb{R}$, o conjunto solução da condição: $\frac{\ln x}{1 + \ln x} \leq 1$.

Parte B – Funções (9 valores)

5. Considere-se uma função quadrática g , cuja representação gráfica se apresenta na figura.



5.1.(0,5) Indique o contradomínio da função.

5.2.(1) Diga, justificando, se a função g é injetiva.

5.3.(1,5) Escreva a expressão algébrica da função g .

5.4.(0,5) Indique um intervalo onde a função g seja negativa e crescente.

5.5.(1) Considere uma função f definida pela expressão $f(x) = \frac{2x}{3+x}$.

Determine $(g \circ f)(3)$.

5.6.(1) Indique, justificando os valores de x para os quais $g'(x) = 0$.

5.7.(1,5) Determine o conjunto solução da condição $f'(x) \times g''(x) < 0$.

5.8.(1) Mostre que a função f é crescente em todo o seu domínio.

6.(1) Considere a função f definida por $f(x) = e^{2x} - 1$.

Qual das seguintes funções representa a inversa da função dada:

(A) $f^{-1}(x) = \frac{1}{e^{2x}-1}$

(B) $f^{-1}(x) = \ln(e^x - 1)$

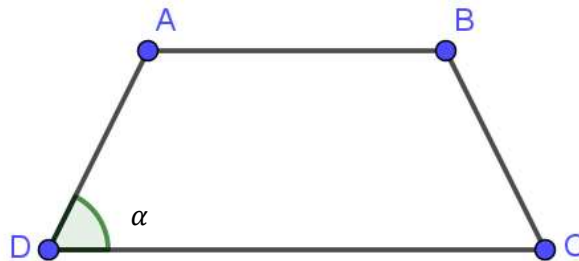
(C) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\ln(x + 1)$

(D) $f^{-1}(x) = \ln(2x - 2)$

Parte C – Trigonometria (5 valores)

7. Considere o trapézio $[ABCD]$ na figura.

Sabe-se que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AD} = 2$ e que $\alpha \in]0, 90^\circ[$.



7.1.(1) Mostre que área da figura pode ser dada pela expressão:

$$A(\alpha) = 4\text{sen}(\alpha) + 2\text{sen}(2\alpha).$$

7.2.(1) Indique o valor da área para $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

7.3.(1) Determine o valor da área quando $\text{tg}(\alpha) = 2$.

8.(1) Considere as seguintes afirmações:

- I. Se α e β são dois ângulos tais que $\alpha + \beta = 180^\circ$ então $\cos(\alpha) = -\cos(\beta)$
- II. Se θ é um ângulo tal que $\text{sen}(\theta)$ e $\tan(\theta) > 0$, então $\cos(\theta) > 0$
- III. $\text{sen}^2(21^\circ) + \cos^2(21^\circ) = 1$

Sobre as afirmações anteriores, pode dizer-se que:

- A. São todas verdadeiras
- B. Apenas I e II são verdadeiras
- C. Apenas a I é verdadeira
- D. Apenas a III é verdadeira
- E. São verdadeiras a I e III
- F. São todas falsas

9.(1) Resolva, no intervalo $\left]-\frac{\pi}{2}, \pi\right[$, a seguinte equação $\cos(x) (2\sin(x) - 1) = 0$.

Parte C – Probabilidades e Estatística (5 valores)

10.(1,5) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos incompatíveis ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(B) $P(A) + P(B) = 1$

(C) $P(A \cap B) = P(A \cup B)$

(D) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

11. Um saco contém bolas amarelas (A), brancas (B) e castanhas (C). Sabe-se que o número de bolas amarelas é o dobro do número de bolas castanhas e o número de bolas brancas é metade do número de bolas castanhas.

Seja A o acontecimento “sair bola amarela”,

Seja B o acontecimento “sair bola branca”,

Seja C o acontecimento “sair bola castanha”.

11.1.(1,5) Considere as seguintes afirmações:

I. $P(B) = 0$

II. Os acontecimentos B e C são contrários

III. $P(A) = P(B) = P(C)$

IV. $P(A) + P(B) + P(C) = 1$

Qual das opções seguintes é verdadeira?

(A) II e III são verdadeiras.

(B) I e II são verdadeiras.

(C) I e IV são verdadeiras.

(D) II e III são falsas.

11.2.(2) Sabe-se que no saco existem 14 bolas. Qual é a probabilidade de sair uma bola castanha?

Derivadas	
Se x é uma variável:	Se f é uma função:
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$	$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} \cdot f', \alpha \in \mathbb{R}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^f)' = e^f \cdot f'$
$(a^x)' = a^x \ln a, a \in \mathbb{R}^+$	$(a^f)' = a^f \cdot \ln a \cdot f', a \in \mathbb{R}^+$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin f)' = \cos f \cdot f'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos f)' = -\sin f \cdot f'$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$

Regras de derivação	
Soma	$(f + g)' = f' + g'$
Produto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Produto escalar	$(kf)' = kf', k \in \mathbb{R}$
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Função composta	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

- Para $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$,
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- $\sin(x + y) = \cos x \sin y + \cos y \sin x$
- $\sin(x - y) = \cos y \sin x - \cos x \sin y$